Toplamanın (bazı metriklere göre) Düzgün Sürekli Olduğunun gösterilişi:

$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ f(x,y) = x+y$ fonksiyonun :

1. $d_X = d_1(p,q) = \max\{|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2|\}, \quad (p(x_1,y_1),\ q(x_2,y_2), \quad d_Y(x,y) = |x-y|$
2. $d_X = d_2(p,q) = \sqrt{(x_1-x_2)^2 + (y_1-y_2)^2}, \quad (p(x_1,y_1),\ q(x_2,y_2), \quad d_Y(x,y) = |x-y|$
3. $d_X = d_3(p,q) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|, \quad (p(x_1,y_1),\ q(x_2,y_2), \quad d_Y(x,y) = |x-y|$

metrikleri kullanıldığında düzgün sürekli olduğunu gösterin.

Önce d_1 metriği kullanıldığında toplamanın düzgün sürekli olduğunu gösterelim: Bir $\varepsilon > 0$ sayısı verilsin. $((p(x_1,y_1),\ q(x_2,y_2)$ olmak üzere, $d_1(p,q) < \delta$ ise)

$$d_Y(f(p),f(q)) = |(x_1+y_1)-(x_2+y_2)| = |(x_1-x_2)+(y_1-y_2)| \leq |x_1-x_2|+|y_1-y_2| \leq 2d_1(p,q) < 2\delta$$

olur. Bu nedenle $\delta = \frac{\varepsilon}{2}$ seçtiğimizde $\delta > 0$ olur ve $d_1(p,q) < \delta$ iken $d_Y(f(p),f(q)) < \varepsilon$ olacağı yukarıda gösterilmiştir.

Şimdi de d_2 ve d_3 metrikleri kullanıldığında da toplamanın düzgün sürekli olacağını gösterelim. $\varepsilon > 0$ sayısı verildiğinde, yine $\delta = \frac{\varepsilon}{2}$ seçelim. $d_2(p,q) < \delta$ (veya $d_3(p,q) < \delta$) olsun. $\forall p,q \in \mathbb{R}^2$ için $d_1(p,q) \leq d_2(p,q) \leq d_3(p,q)$ olduğundan $d_1(p,q) < \delta$ olur, dolayısıyla (yukarıda gösterildiği gibi) $d_Y(f(p),f(q)) < \varepsilon$ olur.

Yukarıdaki gibi, her $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, **lineer** fonksiyonunun (yukarıda belirtilen metriklere göre) düzgün sürekli olacağı benzer şekilde gösterilebilir.