MT 342

Dönem Sonu Sınavı

Süre:90 Dakika 3 Haziran 1998

4 Soru Yanıtlayınız

1.$X=\mathbb{R}$,$\tau=\tau_L=$ sol ışın topolojisi olsun.$A=\mathbb{N}=\{1,2,3,\cdots\}$, $\tau_A=A$ üzerindeki alt uzay topolojisi olsun.

a) $U=\{1,2,3\}\in\tau_A$ ve $\{2,3\}\notin\tau_A$ olduğunu gösterin.

b)$f:A\to\mathbb{Z}$ $f(n)=(-1)^n n$. $\tau*$:$\mathbb{Z}$ üzerindeki ayrık topoloji olsun . f nin $(\tau_A-\tau*)$ sürekli **olmadığını** gösterin.

2.$X=\mathbb{R}$,$\tau=\tau_{cof}=\mathbb{R}$ üzerindeki sonlu tümleyenli topoloji olsun. $Y=\{1,2,3\}$, $\tau*=\{\emptyset,Y,\{1\},\{2,3\}\}$. $X\times Y$ çarpım topolojisi ile donatılsın. Aşağıdakileri gösterin:

a)$U=\{(x,y):x<y\}$, $X\times Y$ içinde açık **değildir**.(İpucu:U nun $(\frac{5}{2},3)$ noktasını gözönüne alın)

b)$F=\{(x,1):x\in\mathbb{R}\}$ $X\times Y$ içinde kapalıdır.

3. $X=Y=\mathbb{R}$,$\tau=\{(-a,a):a\in\mathbb{R},a>0\}\cup\{\emptyset,\mathbb{R}\}$, $\tau*=\mathbb{R}$ nin standard topolojisi .$f(x)=x^2$. Aşağıdakileri gösterin:

a)f $(\tau-\tau*)$ sürekli değildir.

b)f 0 da $(\tau-\tau*)$ süreklidir.

4.$X=Y=\mathbb{R}$.$\tau=\mathbb{R}$ nin standard topolojisi , $\tau*=\{(-a,a):a\in\mathbb{R},\ a>0\}\cup\{\emptyset,\mathbb{R}\}$, $f(x)=x^3$ olsun.

a) f nin $(\tau-\tau*)$ sürekli olduğunu gösterin.

b) f nin (X,τ) ile $(Y,\tau*)$ arasında bir homeomorfizma **olmadığını** gösterin.

5.$X=\mathbb{R}^2$,$d(p,q)=|x_1-x_2|+2\,|y_1-y_2|$ $(p(x_1,y_1),q(x_2,y_2))$olsun.

a) d nin X üzerinde bir metrik olduğunu gösterin.

b) d' , $\mathbb{R}$ üzerindeki mutlak değer metriği olsun. $f:X\to Y, f(x,y)=|2x-y|$ fonksiyonunun $p_0(-1,2)$ noktasında sürekli olduğunu $\varepsilon-\delta$ kriterini kullanarak gösterin.