MT 321 Problemler I
Aşağıdaki vektör alanı ve uzay bölgesi için Gauss (Diverjans) teoremini doğrulayın.

1. R: a yarıçaplı , merkezi orjinde olan kürenin için, $F = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$
2. R: a yarıçaplı, merkezi orijinde olan küresel bölgenin üst yarısı, $F = z\vec{k}$
3. $R : z^2 = x^2 + y^2$ konisinin içinde ve $z = 0, z = 1$ arasında kalan bölge, $F = x^3\vec{i}$
4. $R : z = 9 - x^2 - y^2$ ile $xy-$ düzlemi arasındaki bölge, $F = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

STOKES TEOREMİ İLE İLGİLİ PROBLEMLER

5. S, bir küre ise $\int_S (\nabla \times F) \cdot n d\sigma = 0$ olduğunu gösteriniz ($n : S$ nin dışa dönük birim normali)

6. S uzayda bir bölgeyi çevreleyen yüzey, $n : S$ nin dışa dönük birim normali ise , her F vektör alanı için $\int_S F \cdot n d\sigma = \int_S (F + x\vec{i} + y\vec{j} - 2z\vec{k}) \cdot n \, d\sigma$ olduğunu gösteriniz.

7. S; yüzleri, $x = 1, x = 3, y = 2, y = 4, z = 3, z = 5$ düzlemleri olan küpün yüzeyi, $F = x\vec{i} + (3y + z)\vec{j} + (4x + 2z)\vec{k}$ olsun.$\int_S F \cdot n d\sigma$ integralini bulunuz. (n : dışa dönük birim normal).

8. S: $z = x^2 + y^2$ yüzeyinin $z = 1$ düzlemi altında kalan parçası, yukarı doğru normal ile yönlendirilmiş olsun. $F = y^5\vec{i} + x^3\vec{j} + z^4\vec{k}$ ise Stokes teoremini doğrulayın.

9. $F = \nabla f$ şeklinde ise Stokes teoreminin doğruluğunu gösterin.

10. $C.z = y$ düzlemi ile $x^2 - 2x + y^2 = 0$ silindirinin arakesit eğrisi, $F = xy\vec{k}$ olsun. C'yi üstten bakınca pozitif yönlü olacak şekilde yönlendirelim. $\int_C F \cdot dr$ yi bulunuz

11. S: yönlendirilmiş bir yüzey, C_1 veC_2 eğrileri S'nin sınırı olsun.$\nabla \times F = 0$ ise (S üzerinde 0 olması yeterli) $\int_{C_1} F \cdot dr = \int_{C_2} F \cdot dr$ (uygun şekilde yönlendirilince) olduğunu gösterin.

12. F bir vektör alanı, S kapalı bir yüzey (küre gibi içi ve dışı olan) $\int_S (\nabla \times F) \cdot n d\sigma = 0$ olduğunu

a) Diverjans (Gauss) teoremini kullanarak gösteriniz.

b) Stokes teoremini kullanarak gösteriniz.